Física Estatística Computacional

Tereza Mendes

IFSC – USP

http://lattice.ifsc.usp.br/cbpf.html

Preliminar

Dimensão fractal do modelo DLA $=$?

Cálculo de π usando `circle.f` (precisão?)

Pizza amanhã? 

Aula 4: AUTÔMATOS CELULARES

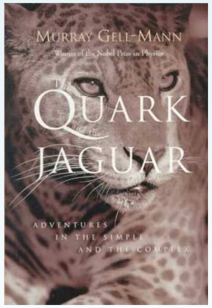
Autômatos Celulares

Grade (i.e. espaço discreto) regular, células em um número finito de estados. A cada tempo (discreto) t, é atualizada a configuração do sistema como um todo, segundo uma regra de atualização.

Regra para cada célula em função dela e de suas células vizinhas (primeiros e segundos vizinhos, i.e. vizinhos diretos e na diagonal). Regras são tipicamente determinísticas, definindo uma equação diferencial parcial de primeira ordem no tempo.

Tais sistemas tem uma dinâmica rica e uma variedade de aplicações, como a descrição de padrões na natureza e a realização de cálculos computacionais para sistemas discretos.

Referência sobre sistemas complexos:
The Quark and the Jaguar: Adventures in the Simple and the Complex, M. Gell-Mann (Owl Books, 2002)



Atômatos Unidimensionais

Considere uma cadeia de L células, nos estados 0 ou 1, com condições periódicas de contorno e regra de evolução para a célula i dada pelos valores de $i-1$, i e $i+1$ no tempo anterior. Como existem 8 configurações possíveis para a vizinhança, há 256 regras possíveis, correspondendo a números binários de 8 dígitos, e podem ser expressas por seu código de Wolfram, dado pelo número binário na base 10. Por exemplo, a regra da maioria

111	**110**	**101**	**100**	**011**	**010**	**001**	**000**
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
1	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**

é indicada como regra 232, pois

$$0\times 2^0+0\times 2^1+0\times 2^2+1\times 2^3+0\times 2^4+1\times 2^5+1\times 2^6+1\times 2^7+ \ = \ 232\,.$$

Veja (Wolfram): livro A New Kind of Sicence e artigo original de 1983.

Exercício

Faça um código que calcule a evolução do autômato acima para o caso geral.

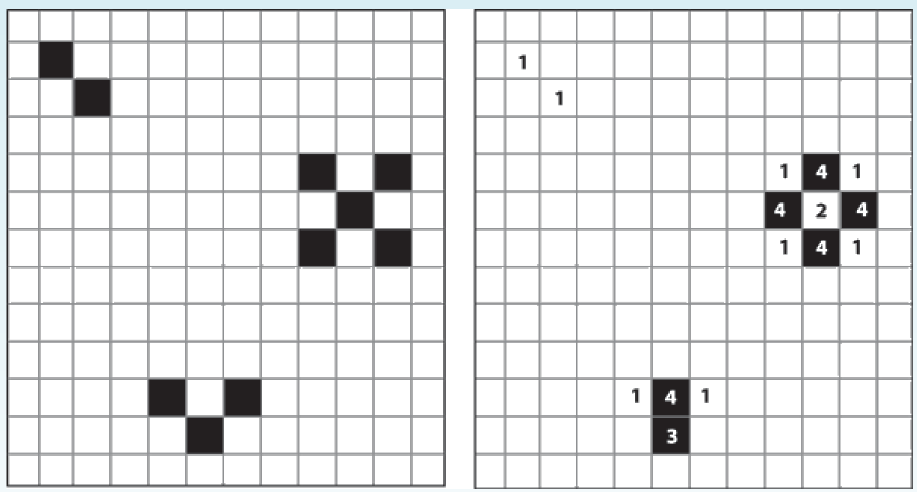
- Leia a regra (em base 10) e imprima a saida em forma de uma matriz, sendo a linha superior a condição inicial e seguindo a evolução temporal de cima para baixo.
- Utilize condição inicial de apenas uma célula ocupada, no centro e também condição inicial aleatória.
- Investigue (comentando seu nome e significado) as regras: 255 (da epidemia), 51 (reflexão), regras para cristais regulares (e.g. a regra “módulo-2” 90 e as regras 126, 218) e irregulares (e.g. a regra “da concha” 30 e a regra 110), a regra da diagonal 184. Inclua outras, se desejar.
- Teste a diferença entre o caso de condição inicial fixa e aleatória.

Jogo da Vida

Proposto em 1970 por J. Conway, pode modelar a dinâmica populacional de formas simples de vida (e.g. colônias de bactérias).

Tabuleiro de células, com as regras:

- células com menos de 2 ou mais de 3 vizinhos morrem
- células com 2 ou 3 vizinhos vivos sobrevivem
- indivíduos nascem em células vazias com 3 vizinhos



http://www.kyphilom.com/www/java/life/life.html

Exercício

Considere uma rede quadrada, células ocupando estados 0 ("morta") ou 1 ("viva"). Siga a regra de atualiação descrita acima (para vizinhança de 8 sítios) e condições de contorno periódicas.

Simule este autômato para várias condições iniciais, incluindo os famosos padrões do tipo

- blinkers: grupo de três células vivas em linha horizontal, que se transforma em vertical no próximo espaço de tempo, e vice-versa
- gliders grupo de algumas células que se "propaga" pela rede sem mudar de forma, pesquise as várias formas.

Escreva a evolução temporal das configurações (i.e. duplas de coordenadas para as células no estado "1" no tempo t) separadas pelo símbolo # (em linha separada), e visualize o arquivo como um filme, utilizando o script `movie.csh`.

Modelo da Pilha de Areia

Descreve de forma simplificada o comportamento de avalanches, apresentando a característica de criticalidade auto-organizada.

Considere uma rede quadrada bidimensional, em que grãos de areia caem com distribuição uniforme, formando pilhas. Para cada sítio i da rede, a altura da pilha de grãos é dada pela variável z_i. Quando a pilha ultrapassar um valor z_c ela se tornará instável, resultando em um processo de avalanche.

Vamos supor $z_c = 3$, portanto os valores estáveis para z_i serão 0, 1, 2, 3. Quando o valor de z_i ultrapassar z_c a pilha vai desmoronar, o que é representado por $z_i \rightarrow z_i - 4$ e os 4 vizinhos mais próximos de i terão acréscimo de 1 grão em suas pilhas. Uma iteração do algoritmo consiste em adicionar um grão aleatoriamente à rede e testar todos os sítios até que nenhum esteja mais instável.

Simule o autômato para uma rede de lado 100. Considere que quando o grão cair para fora da rede ele será perdido (condições de contorno abertas).

Represente graficamente a dinâmica do sistema utilizando cores diferentes para os diferentes estados das pilhas. Calcule o tamanho e a duração das avalanches. Faça gráficos da frequência e duração de avalanches em função de seu tamanho.